

問題

正六角形の頂点を時計回りの順に、 A_0, A_1, \dots, A_5 とし、次のルール

①, ②, ③に従ってゲームを行う。

① A_0 を出発点とする。

②コインを投げ、表が出たら反時計回りに隣の頂点へ移動し、
裏が出たら時計回りに隣の頂点へ移動する。

③ A_3 に到達したらゲームは終了とする。

整数 $n (n \geq 0)$ に対して、

$p_n = (2n+1)$ 回コインを投げ、移動してもゲームの終了しない確率

$q_n = (2n+1)$ 回の移動で、ゲームの終了する確率

とする。コインを投げたとき、表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である。

p_n, q_n をそれぞれ求めよ。